1.Übung zur Vorlesung „Algebra“

Sommersemester 2005

Mark de Longueville
Anja Krech

Ausgabe: 14.04.05
Abgabe: 26.04.05

Zeit und Ort der Vorlesung:
Di 10-12, Raum 051, Takustraße 9; Do 10-12, Raum 055, Takustraße 9

Zeit und Ort der Übung:
Fr 14-16, Raum 049, Takustraße 9

Aufgabe 1

(a) Sei L/K endliche Körpererweiterung und V ein endlichdimensionaler L-Vektorraum.

Zeige: $\dim_K V = \dim_L V \cdot [L : K]$.

(b) Seien V, W endlichdimensionale K-Vektorräume.

Zeige: $\dim \mathrm{Hom}_K(V, W) = \dim_K V \cdot \dim_K W$.

Aufgabe 2

Beweise oder widerlege:

Falls F/E und E/K normal sind, so auch F/K.

Aufgabe 3

Sei E ein Zwischenkörper der Körpererweiterung F/K.
Zeige:

(a) Ist $u \in F$ separabel über K, so ist u auch separabel über E.

(b) Ist F/K separabel, so sind F/E und E/K separabel.

Aufgabe 4

Seien $K = \mathbb{Q}$, $L = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$.
Bestimme die Elemente der Galoisgruppe $G = G(L : K)$ und den Isomorphietyp von G.