7. Übung zur Vorlesung „Algebra“

Sommersemester 2005

Mark de Longueville
Anja Krech

Ausgabe: 02.06.05
Abgabe: 14.06.05

Aufgabe 1

(a) Sei G Gruppe mit Zentrum $C(G)$. Zeige: Ist $G/C(G)$ zyklisch, so ist G abelsch.

(b) Sei p prim. Zeige: Jede Gruppe der Ordnung p^2 ist abelsch.

Aufgabe 2

Zeige: Ist H normale Untergruppe der Ordnung p^k, p prim, einer endlichen Gruppe G, dann ist H in jeder p-Sylowuntergruppe von G enthalten.

Aufgabe 3

Seien p, q Primzahlen mit $p > q$ und G eine Gruppe der Ordnung $p^n q$. Zeige: G enthält eine eindeutig bestimmte normale Untergruppe vom Index q.

Aufgabe 4

Sei G endliche Gruppe. Zeige: Ist für alle Primzahlen p jede p-Sylowuntergruppe ein Normalteiler von G, so ist G das direkte Produkt seiner Sylowuntergruppen.