Felsner/de Longueville

Abgabe am Donnerstag, den 4.7.2002, vor der Übung

Aufgabe 1)
Zeige, daß der Petersengraph keine schlichte Basis des Zyklenraums besitzt.

Aufgabe 2)
Sei G ein einfacher Graph mit Minimalgrad $\delta(G) \geq 2$. Zeige, daß $\dim G = \dim P_G$ gilt.

Aufgabe 3)
Zeige, daß jeder einfache Graph G mit $n \geq 4$ Knoten, der eine Einbettung in die Ebene besitzt, die eine ebene Triangulierung ist, 3-zusammenhängend ist.

Aufgabe 4)
Es sei G durch eine ebene Triangulierung gegeben. Zeige, daß G eine Schnyder–Baumzerlegung besitzt. **Hinweis:** Zeige, daß eine Kante $e = xa$ existiert, wobei a einer der Knoten des äußeren Dreiecks ist, mit der Eigenschaft, daß $|\mathcal{N}(x) \cap \mathcal{N}(a)| = 2$ gilt. Zeige, daß eine Schnyder–Baumzerlegung von G/e eine ebensolche für G induziert.

Aufgabe 5)
Betrachte einen maximal "outerplanaren" Graphen G in der Ebene. Die Knoten seien im Uhrzeigersinn mit $1, \ldots, n$ numeriert. Betrachte von jedem Knoten den kürzesten, bezüglich der Knotennumerierung **monotonen**, Weg zu Knoten 1 und vereinige alle Kanten entlang solcher Wege zu einer Menge B_1. B_n sei analog definiert über alle kürzesten monotonen Wege nach n. Zeige, daß B_1 und B_n Bäume sind, die sich genau in der Kante $1n$ schneiden. Färbe nun alle Kanten in $B_1 \setminus \{1n\}$ blau und alle Kanten in $B_n \setminus \{1n\}$ grün. Es werde nun weiterer Knoten ∞ auf der unbeschränkten Seite hinzugenommen, der mit allen Knoten $1, \ldots, n$ verbunden wird, so daß die Kante $1n$ auf dem Rand der unbeschränkten Fläche verbleibt. Färbe alle Kanten $\infty 2, \ldots, \infty(n-1)$ rot. Zeige, daß eine Schnyder–Baumzerlegung enstanden ist.