Abgabe am Donnerstag, den 11.7.2002, vor der Übung

Aufgabe 1)

Betrachte den Gittergraphen $P_n \Box P_m$ (siehe Bild). Sei Q ein Weg von Knoten $(1,1)$ zu Knoten (n,m), der alle Knoten des Graphen besucht. Q unterteilt die Fläche in zwei Regionen: die Region, die von Norden oder Westen her erreichbar ist (weiß), und die Region, die von Süden oder Osten her erreichbar ist (grau). Zeige, daß die beiden Regionen den gleichen Flächeninhalt haben.

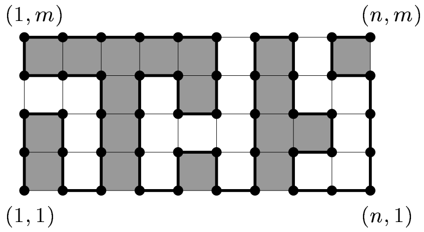

Abbildung 1. Der Gittergraph $P_n \Box P_m$

Aufgabe 2)

a) Zeige für die Kreuzungszahlen der vollständigen Graphen K_n die Abschätzung:

$$n \cdot \mathrm{cr}(K_{n-1}) \leq (n-4) \cdot \mathrm{cr}(K_n).$$

b) Folgere, daß der folgende Limes existiert.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\mathrm{cr}(K_n)}{\binom{n}{4}}.$$

Aufgabe 3)

Folgere aus $\mathrm{cr}(K_5) \geq 1$, daß $\mathrm{cr}(K_n) \geq \frac{1}{5}\binom{n}{4}$.

Aufgabe 4)

Zeige, daß $\mathrm{cr}(K_{2n}) \leq 2\binom{n}{4} + n\binom{n}{3}$ gilt. **Hinweis:** Betrachte zwei Kopien des K_n auf Deckel und Boden einer Dose.

Aufgabe 5)

Eine $\times_k$–Zeichnung ist eine Zeichnung eines Graphen G in der Ebene, in der jede Kante höchstens k Kreuzungspunkte hat. Zeige, daß ein Graph, der eine $\times_1$–Zeichnung besitzt, maximal $4n - 8$ Kanten hat.