1. Übungsblatt zur Einführung in die diskrete Mathematik — WS 2005

Mark de Longueville

Abgabe: bis Montag 31.10., 12:00 ins Fach von Dana Woitas, Arnimallee 3, 1.Stock.

Tutorien: Di 14–16, Raum 119, Arnimallee 3; Do 16–18, Raum 007/008, Arnimallee 2–6.

Aufgabe 1.

a) Zeige, daß ein Graph G mit $n \geq 2$ Ecken und $m > \binom{n-1}{2}$ Kanten zusammenhängend ist.
b) Zeige, daß es (bis auf Isomorphie) genau einen unzusammenhängenden Graphen mit $\binom{n-1}{2}$ Kanten gibt.

Aufgabe 2.

Sei $G = (V, E)$ ein Graph mit n Ecken und m Kanten. Zeige die Äquivalenz der folgenden Aussagen.

(i) G ist ein Baum.
(ii) G hat keine Kreise und $m = n - 1$.
(iii) Zu je zwei Ecken $u, v \in V$ existiert genau ein Weg von u nach v.

Aufgabe 3.

Die *Taillenweite* eines Graphen G ist die Länge (Anzahl der Kanten) eines kürzesten Kreises in G.
a) Hat G Taillenweite 4 und Minimalgrad $\delta(G) = k$, dann hat G mindestens $2k$ Ecken.
b) Bestimme alle Isomorphietypen von Graphen mit Taillenweite 4, $\delta(G) = k$ mit genau $2k$ Ecken.
c) Hat G Taillenweite 5 und Minimalgrad $\delta(G) = k$, dann hat G mindestens $k^2 + 1$ Ecken.
d) Konstruiere ein Beispiel eines Graphen mit Taillenweite 5, $\delta(G) = 3$ mit genau 10 Ecken und minimaler Kantenanzahl.

Aufgabe 4.

Seien $G = (V, A)$ und $G' = (V, B)$ zwei Wälder mit $|B| = |A| + 1$. Dann existiert eine Kante $e \in B \setminus A$, so daß $(V, A \cup \{e\})$ ein Wald ist.