12. Übungsblatt zur Einführung in die diskrete Mathematik WS 2005

Mark de Longueville

**Klausurtermin: Donnerstag 9.2.2006.**

**Abgabe bis Montag 30.1.2006, 12:00.**

**Aufgabe 1.**

**a)** Sei $T \in \mathcal{T}(n, q), n \geq 1, q \geq 2$. Zeige, daß für die Länge von $T$

$$L(T) \geq \lceil \log_q n \rceil$$

gilt.

**b)** Gegeben seien 12 Münzen. Alle Münzen haben dasselbe Gewicht bis auf eine gefälschte, die leichter oder schwerer ist. Zeige, daß mit drei Wägungen mit Hilfe einer Vergleichswaage die falsche Münze ermittelt werden kann, und dies mit weniger als drei Wägungen unmöglich ist.

**Aufgabe 2.**

**a)** Zeige, daß es für $n \geq 1, q \geq 2$ genau dann einen vollständigen $(n, q)$–Baum gibt, wenn $q - 1$ ein Teiler von $n - 1$ ist.

**b)** Zeige, daß es eine Bijektion zwischen der Menge der Präfixfreien Codes der Mächtigkeit $n$ über dem Alphabet $\{0, \ldots, q - 1\}$ und der Menge $\mathcal{T}(n, q)$ gibt.

**Aufgabe 3.**

Vervollständige den in der Vorlesung gegebenen Beweis des Satzes von Shannon. Mit anderen Worten setze $0 \cdot \log_q 0 := 0$ und erlaube nun, daß einige der $p_i$ gleich 0 sein dürfen.

**Aufgabe 4.**

Es sei $(p_1, \ldots, p_n)$ eine Wahrscheinlichkeitsverteilung und $q \geq 2$. Zeige, daß

$$\bar{L}(p_1, \ldots, p_n) \leq \bar{L}(\frac{1}{n}, \ldots, \frac{1}{n})$$

gilt.