13. Übungsblatt zur Einführung in die diskrete Mathematik WS 2005

Mark de Longueville

Abgabe bis Montag 13.2.2006, 12:00.

Aufgabe 1.

Es seien $A = \{1, \ldots, n\}$ und paarweise orthogonale lateinische Quadrate $L_1, \ldots, L_t$ der Ordnung n über A gegeben. Es sei $C = \{c_{ij} : i, j = 1, \ldots n\} \subset A^{t+2}$ der n^2-elementige Code definiert durch

$$c_{ij} = (i, j, L_1(i, j), \ldots, L_t(i, j)).$$

Zeige, daß $d(C) \geq t + 1$ gilt.

Aufgabe 2.

a) Es sei $\mathcal{B}$ ein $(v, k, 1)$-Design. Zeige, daß die charakteristischen Vektoren der Blöcke des Designs einen b-elementigen Code C mit $d(C) \geq 2(k-1)$ definieren.
b) Sei H_r der Hamming–Code mit Parametern $n = 2^r - 1, k = 2^r - 1 - r, d = 3$. Zeige, daß die Codewörter in H_r vom Gewicht 3, aufgefasst als charakteristische Vektoren der Blöcke eines Designs, ein $(2^r - 1, 3, 1)$-Design definieren.

Aufgabe 3.

Ein linearer Code $C \subset K^n$ heißt *zyklisch*, falls mit $c = (c_1, \ldots, c_n) \in C$ auch $\hat{c} = (c_2, \ldots, c_n, c_1)$ in C ist.
a) Zeige, daß der duale Code eines zyklischen Codes zyklisch ist.
b) Ist C ein binärer zyklischer Code, der ein Codewort ungeraden Gewichts enthält, so enthält er das Codewort $c = (1, 1, \ldots, 1)$.

Aufgabe 4.

Ein binärer linearer Code heißt *selbstdual*, falls $C = C^\perp$ gilt. Angenommen der selbstduale Code C besitzt eine Basis $g_1, \ldots, g_k$ mit $w(g_i) \equiv 0 \mod 4$ für $i = 1, \ldots, k$. Zeige, daß $w(c) \equiv 0 \mod 4$ für alle $c \in C$ gilt.