5. Übungsblatt zur Einführung in die diskrete Mathematik — WS 2005

Mark de Longueville

Abgabe: bis Montag 28.11., 12:00 ins Fach von Dana Woitas, Arnimallee 3, 1.Stock.

Aufgabe 1.

a) Wieviele positive ganze Zahlen kleiner 1000 haben keinen Faktor echt zwischen 1 und 10?

b) Wieviele Permutationen der Buchstaben $M, A, T, H, I, S, F, U, N$ gibt es, die keines der Wörter $MATH$, IS und FUN enthalten?

Aufgabe 2.

$\binom{n-m}{r-m}$ ist die Anzahl der r-elementigen Teilmengen einer n-elementigen Menge, die eine feste m-elementige Teilmenge enthalten. Zeige mit Hilfe dieser Interpretation, daß

$$\binom{n-m}{r-m} = \sum_{k=0}^{m} (-1)^k \binom{m}{k} \binom{n-k}{r}$$

gilt.

Aufgabe 3.

Sei $p \geq 2$ eine Primzahl und $K = (\mathbb{Z}_p, +, \cdot)$ der Körper mit p Elementen. Wieviele normierte Polynome vom Grad n gibt es in $K[x]$, die keine Nullstelle in K besitzen? Diskutiere insbesondere den einfachen Fall $n \geq p$.

Aufgabe 4.

Eine der bedeutendsten Funktionen der komplexen Analysis ist die *Riemannsche Zetafunktion* definiert durch $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}$ für $s \in \mathbb{C}$ mit $\mathrm{Re}(s) > 1$. Zeige, daß $\frac{1}{\zeta(s)} = \sum_{n=1}^{\infty} \mu(n) n^{-s}$ gilt.