Felsner/de Longueville

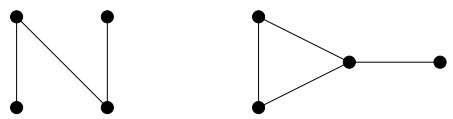
Nachbesprechung am Donnerstag, den 16.5.2002 in der Übung

Aufgabe 1)
Zeige, daß für jede natürliche Zahl k ein N existiert, so daß jede Permutation $a_1 a_2 \cdots a_n$ der Zahlen $\{1, \ldots, n\}$ mit $n \geq N$ eine monotone Teilfolge $a_{i_1} a_{i_2} \cdots a_{i_k}$ der Länge k besitzt.

Aufgabe 2)
Sei $R_k(n)$ die kleinste ganze Zahl m, so daß jede Färbung der Kanten des K_m mit k Farben einen monochromatischen vollständigen Untergraphen auf n Knoten enthält. Zeige, daß $R_k(n)$ existiert. **Hinweis:** Führe Induktion über k und setze die in der Vorlesung gezeigte Existenz von $R_2(n)$ voraus.

Aufgabe 3)
Sei $k \geq 2$ eine natürliche Zahl. Zeige, daß ein n existiert, so daß für jede Zerlegung der Menge $\{1, \ldots, n\}$ in k Klassen $\{A_1, A_2, \ldots, A_k\}$ ein Tripel x, y, z in einer der Klassen existiert, so daß $x + y = z$ gilt. **Hinweis:** Betrachte den K_n und markiere die Kante ij mit ν, falls $|i - j| \in A_\nu$. Nun betrachte ein Dreieck mit gleichen Kantenlabels, und wende das Ergebnis aus Aufgabe 2) in einem Spezialfall an.

Aufgabe 4)
a) Zeige, daß ein einfacher Graph G ein vollständig multipartiter Graph ist, genau dann, wenn G keinen 3-Knoten-induzierten Untergraphen mit genau einer Kante besitzt. **Hinweis:** Betrachte $\bar{G}$.
b) Benutze a) um zu zeigen, daß jeder zusammenhängende, einfache, nicht vollständig multipartite Graph G einen der folgenden induzierten Untergraphen besitzt.



Aufgabe 5)
Es seien n Paare auf einer Party. Keine/r schüttelt während der Party ihrem/ihrer/seinem/seiner Partner/in die Hände. Die $2n - 1$ Anwesenden außer dem Gastgeber schütteln paarweise eine verschiedene Anzahl von Händen. Wie oft schüttelt der/die Partner/in des Gastgebers anderer Leute Hände? **Hinweis:** Führe Induktion über n.